REPASO UNIDAD 6:ECUACIONES E INECUACIONES

1.- **Resuelve:**

$$\frac{2x+5}{5}-\frac{2x+1}{2}=2-\frac{x-3}{4}$$

2.- **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $2x^2 - 32 = 0$

b) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

3.- **Resuelve:**

$$\frac{(2x+5)(3x-1)}{3}+\frac{x^2+5}{2}=\frac{7x-5}{6}+1$$

4.- **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $\frac{1}{3x}+\frac{1}{x^2}=\frac{5}{12}$

b) $x(2x-1)(4x+8) = 0$

5.- **Al aumentar la altura de un rectángulo el doble y la base 3 cm, el área aumenta el triple. Sabiendo que el perímetro del rectángulo es de 18 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.**

6.- **Resuelve la siguiente inecuación, escribe las soluciones en forma de intervalo y represéntalas:**

$$\frac{3(x+1)}{2}>2x$$

7.- **Resuelve el sistema de inecuaciones**:

$$\left.\begin{array}{l} 5x+1\leq 2x+3 \\ 2x+3>2-x \end{array}\right\}$$

8.- **a) El perímetro de un cuadrado es mayor de 10 cm. ¿Qué puedes decir de la longitud del lado?**

b) Si, además, no queremos que dicho perímetro supere los 20 cm, ¿qué ocurrirá con la longitud del lado?

1.-Solución:

$$\frac{2(x+5)}{5}-\frac{2x+1}{2}=2-\frac{x-3}{4}$$
$$\frac{2x+10}{5}-\frac{2x+1}{2}=2-\frac{x-3}{4}$$
$$\frac{8x+40}{20}-\frac{20x+10}{20}=\frac{40}{20}-\frac{5x-15}{20}$$

$8x + 40 - 20x - 10 = 40 - 5x + 15$

$8x - 20x + 5x = 40 + 15 - 40 + 10$

$-7x = 25$

$$x=\frac{25}{-7}=\frac{-25}{7} \quad\rightarrow\quad x=\frac{-25}{7}$$

2.-Solución:

$$\text{a)}\ 2x^2-32=0 \quad\rightarrow\quad 2x^2=32 \quad\rightarrow\quad x^2=\frac{32}{2}=16 \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt{16}\begin{cases} x_1=-4 \\ x_2=4\end{cases}$$

b) $2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad\rightarrow\quad a = 2,\ b = -7,\ c = 3$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{7\pm5}{4}\begin{cases} x_1=\frac{12}{4}=3 \\ x_2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\end{cases}$$

3.-Solución:

$$\frac{(2x+5)(3x-1)}{3}+\frac{x^2+5}{2}=\frac{7x-5}{6}+1$$

$$\frac{2(2x+5)(3x-1)}{6}+\frac{3x^2+15}{6}=\frac{7x-5}{6}+\frac{6}{6}$$

$12x^2 - 4x + 30x - 10 + 3\,x^2 + 15 - 7x + 5 - 6 = 0$

$15x^2 + 19x + 4 = 0 \quad\rightarrow\quad a = 15,\ b = 19,\ c = 4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 240}}{30} = \frac{-19 \pm \sqrt{121}}{30} = \frac{-19 \pm 11}{30} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{-8}{30} = \dfrac{-4}{15} \end{cases}$$

4.-Solución:

a) Multiplicamos ambos miembros por $12x^2$, que es el min.c.m. de los denominadores:

$$4x + 12 = 5x^2 \quad \rightarrow \quad 5x^2 - 4x - 12 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{10} = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{10} = \frac{4 \pm 16}{10} \begin{cases} \dfrac{20}{10} = 2 \\ \dfrac{-12}{10} = \dfrac{-6}{5} \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12} \quad \rightarrow \quad 2 \text{ es solución.}$$

$$x = \frac{-6}{5} \quad \rightarrow \quad -\frac{5}{18} + \frac{25}{36} = \frac{-10+25}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad \rightarrow \quad \frac{-6}{5} \text{ es solución.}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$ y $x_2 = \dfrac{-6}{5}$.

$$\text{b) } x(2x-1)(4x+8) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = \dfrac{1}{2} \\ 4x + 8 = 0 \quad \rightarrow \quad x_3 = -2 \end{cases}$$

5.-Solución: Por ser el perímetro 18 cm, las dimensiones del rectángulo inicial serán x, $9 - x$.

$x \quad \rightarrow \quad$ Área $= x(9 - x)$

$9 - x$

$2x \quad \rightarrow \quad \text{Área} = 2x(12 - x)$

$9 - x + 3 = 12 - x$

Área del nuevo rectángulo $=$ Triple del área del inicial.

$2x(12 - x) = 3x(9 - x)$ □□□$\rightarrow$

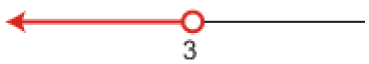
$$\rightarrow \quad 24x - 2x^2 = 27x - 3x^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 3x = 0 \quad \rightarrow \quad x(x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \text{ No sirve.} \\ x = 3 \end{cases}$$

Las dimensiones del rectángulo son 3 cm y 6 cm.

6.-Solución:

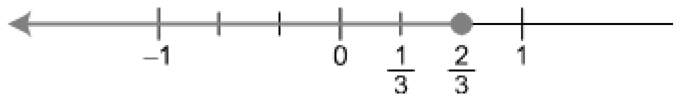
$$\frac{3x+3}{2} > 2x \quad \rightarrow \quad 3x + 3 > 4x \quad \rightarrow \quad 3 > x \quad \rightarrow \quad x < 3$$

La soluciones son los puntos del intervalo $(-\infty, 3)$.

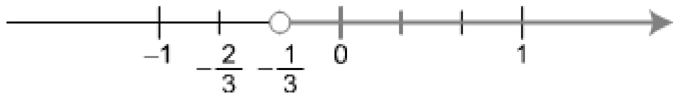


7.-Solución:

$$5x+1\le 2x+3 \quad\rightarrow\quad 5x-2x\le 3-1 \quad\rightarrow\quad 3x\le 2 \quad\rightarrow\quad x\le\frac{2}{3}$$

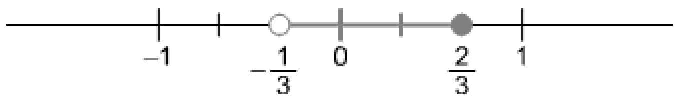


$$2x+3>2-x \quad\rightarrow\quad 2x+x>2-3 \quad\rightarrow\quad 3x>-1 \quad\rightarrow\quad x>\frac{-1}{3}$$



Por tanto, las soluciones del sistema son $\frac{-1}{3}< x\le\frac{2}{3}$, es decir, cualquier número mayor

que $\frac{-1}{3}$ que no supere a $\frac{2}{3}$.



<u>Ejercicio nº 8.-</u>

a) El perímetro de un cuadrado es mayor de 10 cm. ¿Qué puedes decir de la longitud del lado?

b) Si, además, no queremos que dicho perímetro supere los 20 cm, ¿qué ocurrirá con la longitud del lado?

Solución:

a) El perímetro de un cuadrado de lado x es $4x \rightarrow 4x > 10 \rightarrow x > \frac{10}{4} \rightarrow x > \frac{5}{2}$

El lado mide más de $\frac{5}{2} = 2{,}5$ cm.

b) Además queremos que $4x \leq 20 \rightarrow x \leq 5$.

Para que se den ambas condiciones a la vez $\rightarrow 2{,}5 < x \leq 5$, es decir, la longitud del lado ha de ser mayor que 2,5 cm y menor o igual que 5 cm.